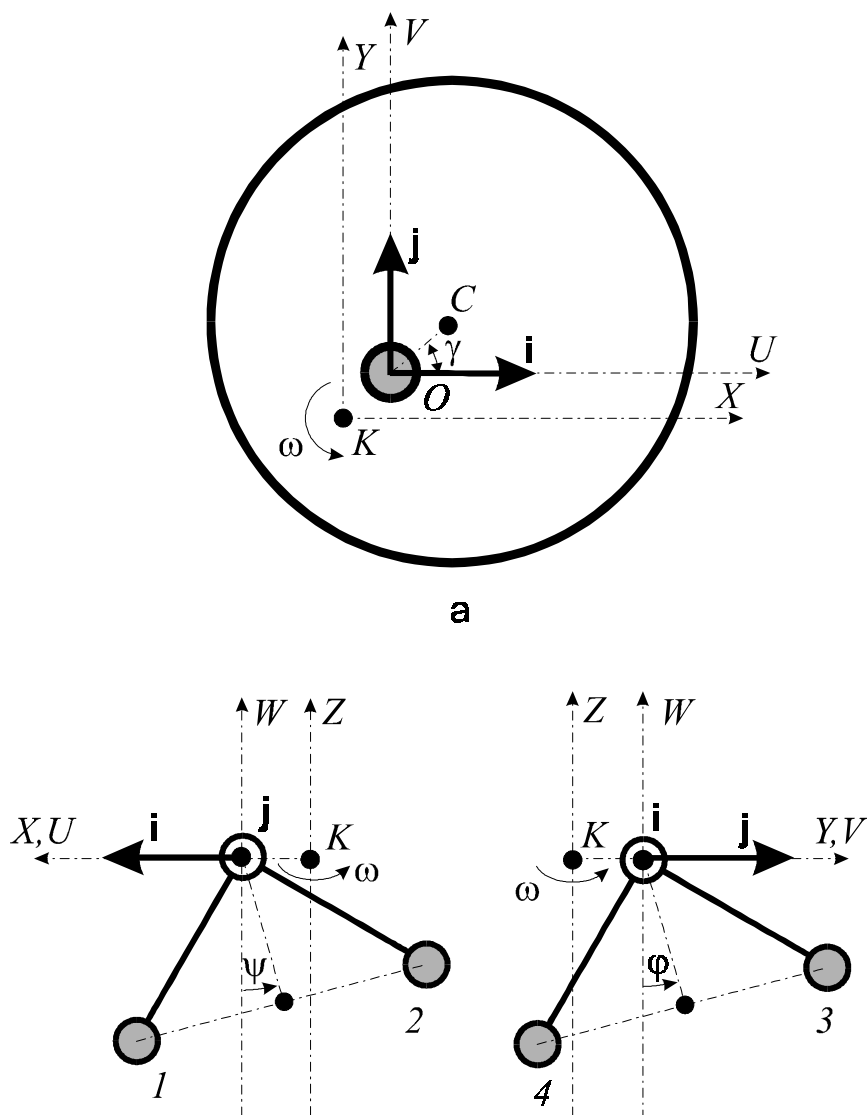


ПЛОСКАЯ МОДЕЛЬ РОТОРА, УРАВНОВЕШИВАЕМОГО ДВУМЯ ПАРАМИ СВЯЗАННЫХ МАЯТНИКОВ, НАСАЖЕННЫХ НА ОСИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ВАЛУ

Насколько нам известно, в [1] впервые предложено уравнивать ротор на ходу жёстко связанными под прямым углом маятниками, насаженными на оси, перпендикулярные валу ротора. В настоящей работе обосновывается и строится плоская модель ротора, уравниваемого таким устройством.

Построим модель ротора, уравниваемого двумя парами маятников, насаженных на две взаимно перпендикулярные оси, расположенные перпендикулярно валу ротора (рис. а, б).



б

Рис.

Предполагаем, что ротор совершает цилиндрические движения. Для описания движения ротора используем две подвижные системы координат. Первая – X, Y, Z такая, что ось Z совмещена с осью вращения, а оси X, Y вращаются вместе с ротором с угловой скоростью ω . Вторые оси U, V, W жёстко связаны с ротором и параллельны осям X, Y, Z . В рамках принятой модели ротор имеет статический дисбаланс и описывается процесс его уравнивания. Предполагаем, что устройство состоит из двух пар маятников, насаженных на оси U, V .

Первую группу уравнений получим, используя теорему о движении центра масс. Координаты центра масс системы:

$$\begin{aligned} M_{\Sigma}x_c &= Mx_0 + M_{\Sigma}x - \sqrt{2}ml \sin \psi, & M_{\Sigma}y_c &= My_0 + M_{\Sigma}y + \sqrt{2}ml \sin \varphi, \\ M_{\Sigma} &= M + 4m, & u_c &= e \cos \gamma, & v_c &= e \sin \gamma, & e &= |OC|. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь: M – масса ротора, m – маятника, M_{Σ} – всей системы; x_c, y_c – координаты центра масс системы; l – длина маятника; e – эксцентриситет, с которым ротор насажен на вал; γ – угол, определяющий положение дисбаланса; u_c, v_c – координаты точки C относительно осей U, V ; φ, ψ – углы, определяющие положения маятников.

Ускорение центра масс системы:

$$M_{\Sigma}a_{xc} = M_{\Sigma}(\ddot{x}_c - 2\omega\dot{y}_c - \omega^2x_c), \quad M_{\Sigma}a_{yc} = M_{\Sigma}(\ddot{y}_c + 2\omega\dot{x}_c - \omega^2y_c).$$

Производные во вращающейся системе координат:

$$\begin{aligned} M_{\Sigma}\dot{x}_c &= M_{\Sigma}\dot{x} - \sqrt{2}ml\dot{\psi} \cos \psi, & M_{\Sigma}\dot{y}_c &= M_{\Sigma}\dot{y} + \sqrt{2}ml\dot{\varphi} \cos \varphi, \\ M_{\Sigma}\ddot{x}_c &= M_{\Sigma}\ddot{x} - \sqrt{2}ml\ddot{\psi} \cos \psi + \sqrt{2}ml\dot{\psi}^2 \sin \psi, \\ M_{\Sigma}\ddot{y}_c &= M_{\Sigma}\ddot{y} + \sqrt{2}ml\ddot{\varphi} \cos \varphi - \sqrt{2}ml\dot{\varphi}^2 \sin \varphi. \end{aligned}$$

Левая часть теоремы о движении центра масс:

$$\begin{aligned} M_{\Sigma}a_{xc} &= M_{\Sigma}(\ddot{x} - 2\omega\dot{y} - \omega^2x) - \\ &- \sqrt{2}ml \left[\ddot{\psi} \cos \psi - \dot{\psi}^2 \sin \psi + 2\omega\dot{\varphi} \cos \varphi - \left(\sin \psi - \frac{Mu_c}{\sqrt{2}ml} \right) \omega^2 \right], \\ M_{\Sigma}a_{yc} &= M_{\Sigma}(\ddot{y} + 2\omega\dot{x} - \omega^2y) + \\ &+ \sqrt{2}ml \left[\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi - 2\omega\dot{\psi} \cos \psi - \left(\sin \varphi + \frac{Mv_c}{\sqrt{2}ml} \right) \omega^2 \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Если ротор удерживают изотропные вязкоупругие опоры и он расположен вертикально, то главный вектор внешних сил можно найти как

$$R_x^{(e)} = -H_1 v_{ox} - cx = -H_1(\dot{x} - \omega y) - cx, \quad R_y^{(e)} = -H_1 v_{oy} - cy = -H_1(\dot{y} + \omega x) - cy. \quad (3)$$

Тогда дифференциальные уравнения движения центра масс примут вид:

$$\begin{aligned} M_{\Sigma}(\ddot{x} - 2\omega\dot{y} - \omega^2x) + H_1(\dot{x} - \omega y) + cx - \\ - \sqrt{2}ml \left[\ddot{\psi} \cos \psi - \dot{\psi}^2 \sin \psi + 2\omega\dot{\varphi} \cos \varphi - \left(\sin \psi - \frac{Mu_c}{\sqrt{2}ml} \right) \omega^2 \right] &= 0, \\ M_{\Sigma}(\ddot{y} + 2\omega\dot{x} - \omega^2y) + H_1(\dot{y} + \omega x) + cy + \end{aligned}$$

$$+\sqrt{2}ml\left[\dot{\phi}\cos\varphi-\dot{\phi}^2\sin\varphi-2\omega\dot{\psi}\cos\psi-\left(\sin\varphi+\frac{Mv_c}{\sqrt{2}ml}\right)\omega^2\right]=0. \quad (4)$$

Составим уравнения движения маятников. Используем то, что момент сил инерции маятников относительно оси подвеса уравновешивается моментом активных сил. Момент сил инерции первой и второй пары маятников относительно осей v, u :

$$M_v^{(ин)} = \vec{j} \cdot \vec{M}_{o1}^{(ин)} = -\vec{j} \cdot (\vec{r}_1 \times m\vec{a}_1 + \vec{r}_2 \times m\vec{a}_2),$$

$$M_u^{(ин)} = \vec{i} \cdot \vec{M}_{o2}^{(ин)} = -\vec{i} \cdot (\vec{r}_3 \times m\vec{a}_3 + \vec{r}_4 \times m\vec{a}_4).$$

Радиус-векторы маятников относительно точки O :

$$\vec{r}_1 = l[\sin(45^\circ - \psi), 0, -\cos(45^\circ - \psi)], \quad \vec{r}_2 = l[-\cos(45^\circ - \psi), 0, -\sin(45^\circ - \psi)],$$

$$\vec{r}_3 = l[0, \sin(45^\circ + \varphi), -\cos(45^\circ + \varphi)], \quad \vec{r}_4 = l[0, -\cos(45^\circ + \varphi), -\sin(45^\circ + \varphi)].$$

Ускорения масс маятников:

$$\vec{a}_i = \vec{a}_o + \vec{\varepsilon}_i \times \vec{r}_i + \vec{\omega}_i(\vec{\omega}_i \cdot \vec{r}_i) - \omega_i^2 \vec{r}_i, \quad /i = \overline{1,4}/,$$

где

$$\vec{a}_o = (\ddot{x} - 2\omega\dot{y} - \omega^2 x, \ddot{y} + 2\omega\dot{x} - \omega^2 y, 0), \quad \vec{\omega}_{1/2} = (0, \dot{\psi}, \omega),$$

$$\vec{\omega}_{3/4} = (\dot{\phi}, 0, \omega), \quad \vec{\varepsilon}_{1/2} = (-\omega\dot{\psi}, \ddot{\psi}, 0), \quad \vec{\varepsilon}_{3/4} = (\dot{\phi}, \omega\dot{\phi}, 0).$$

Тогда моменты сил инерции для двух пар маятников задают выражения

$$M_v^{(ин)} = -2ml^2\ddot{\psi} + \sqrt{2}ml(\ddot{x} - 2\omega\dot{y} - \omega^2 x)\cos\psi,$$

$$M_u^{(ин)} = -2ml^2\dot{\phi} - \sqrt{2}ml(\ddot{y} + 2\omega\dot{x} - \omega^2 y)\cos\varphi. \quad (5)$$

Из активных сил момент образуют силы тяжести и условно отнесенные к активным силам - силы вязкого трения между маятниками и осями:

$$M_v^{(con)} = -H_2\dot{\psi} - \sqrt{2}mgl\sin\psi, \quad M_u^{(con)} = -H_2\dot{\phi} - \sqrt{2}mgl\sin\varphi. \quad (6)$$

Тогда уравнения движения маятников примут вид:

$$2ml^2\ddot{\psi} + H_2\dot{\psi} + \sqrt{2}mgl\sin\psi - \sqrt{2}ml(\ddot{x} - 2\omega\dot{y} - \omega^2 x)\cos\psi = 0,$$

$$2ml^2\dot{\phi} + H_2\dot{\phi} + \sqrt{2}mgl\sin\varphi + \sqrt{2}ml(\ddot{y} + 2\omega\dot{x} - \omega^2 y)\cos\varphi = 0. \quad (7)$$

Таким образом, динамику ротора и связанных маятников определяют десять параметров $M, e, \gamma, H_1, H_2, c, m, l, \omega, g$. Для выделения существенно различных параметров, характеризующих динамику системы, приведём уравнения движения к безразмерному виду. Определим резонансную частоту системы равенством

$$\omega_0 = \sqrt{c/M_\Sigma}. \quad (8)$$

Это частота собственных колебаний ротора при неподвижных маятниках и при отсутствии сил сопротивления. Введём безразмерные переменные и время:

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{2}l}, \quad \eta = \frac{y}{\sqrt{2}l}, \quad \tau = \omega_0 t, \quad \left(\frac{d}{dt} = \omega_0 \frac{d}{d\tau}\right). \quad (9)$$

Введём безразмерные параметры:

$$R_\omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad R_m = \frac{m}{M_\Sigma}, \quad R_g^2 = \frac{g}{\sqrt{2}l\omega_0^2},$$

$$H = \frac{H_1}{\omega_0 M_\Sigma}, \quad h = \frac{H_2}{2\omega_0 m l^2}, \quad \xi_0 = \frac{M e \cos \gamma}{\sqrt{2} m l}, \quad \eta_0 = \frac{M e \sin \gamma}{\sqrt{2} m l}. \quad (10)$$

Тогда уравнения динамики принимают вид:

$$\begin{aligned} & \ddot{\xi} - 2R_\omega \dot{\eta} - R_\omega^2 \xi + H(\dot{\xi} - R_\omega \eta) + \xi - \\ & - R_m [\ddot{\psi} \cos \psi + 2R_\omega \dot{\phi} \cos \phi - \dot{\psi}^2 \sin \psi - R_\omega^2 (\sin \psi - \xi_0)] = 0, \\ & \ddot{\eta} + 2R_\omega \dot{\xi} - R_\omega^2 \eta + H(\dot{\eta} + R_\omega \xi) + \eta + \\ & + R_m [\ddot{\phi} \cos \phi - 2R_\omega \dot{\psi} \cos \psi - \dot{\phi}^2 \sin \phi - R_\omega^2 (\sin \phi + \eta_0)] = 0, \\ & \ddot{\psi} + h\dot{\psi} + R_g^2 \sin \psi - (\ddot{\xi} - 2R_\omega \dot{\eta} - R_\omega^2 \xi) \cos \psi = 0, \\ & \ddot{\phi} + h\dot{\phi} + R_g^2 \sin \phi + (\dot{\eta} + 2R_\omega \dot{\xi} - R_\omega^2 \eta) \cos \phi = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь точка над переменной означает уже производную по τ , а не по t . Таким образом, в рамках плоской модели динамику системы определяют семь существенно различных параметров.

Построенная модель описывает цилиндрические движения ротора и динамику уравнивания статического дисбаланса. Она может быть интерпретирована и как модель уравнивания ротора в одной плоскости коррекции.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Філімоніхін Г.Б. Автобалансуючий пристрій / заявка на винахід №95031322/16/1049 від 23.03.95 р.
2. Филимоныхин Г.Б. Автобалансиры со связанными маятниками, насаженными на оси, перпендикулярные валу // Материалы I Всеукраинского съезда по теории механизмов и машин. Харьков, 18-20 июня 1997. С.66
3. Филимоныхин Г.Б. О динамике уравнивания ротора связанными маятниками, насаженными на оси, перпендикулярные валу // Материалы международной конференции "Моделирование и исследование устойчивости систем". Киев, 19-23 мая 1997. С.135

* *Филимоныхин Г.Б. Плоская модель ротора, уравниваемого двумя парами связанных маятников, насаженных на оси, перпендикулярные валу // Збірник наукових праць КДТУ, 1999. Вип.№5, С.52-55.*